

Corrigé modèle commenté

Mathématiques

Durée : 60 minutes - Barème : 20 points

Exercice 1

1. À l'aide de la règle de trois, on en déduit le pourcentage de femmes dans cette entreprise :

$$400 \quad \rightarrow \quad 100\%$$

$$1 \quad \rightarrow \quad \frac{100}{400}\%$$

$$150 \quad \rightarrow \quad \frac{150 \cdot 100}{400} = 37,5 \%$$

2. $30\% \text{ de } 750 = \frac{30 \cdot 750}{100} = 225 \text{ élèves}$

Exercice 2

1. Le pourcentage d'augmentation du nombre de naissances entre 2020 et 2021 est :

$$\frac{6690 - 6459}{6459} \approx 3,6\%$$

2. Le nombre de décès au Luxembourg en 2021 est :

$$4609 \cdot (1 - 0,03) = 4471$$

3. Le salaire minimum en 2017 était de :

$$\begin{aligned} 2313,38 &= x \cdot (1 + 0,158) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{2313,38}{1,158} \approx 1997,74 \end{aligned}$$

Exercice 3

1. $(1 + 0,1) \cdot (1 + 0,1) = 1,1 \cdot 1,1 = 1,21 = (1 + 0,21)$

Le pourcentage d'augmentation est de 21%.

- 2.

a. $9,5 \cdot 10^{-4} = 00009,5 \cdot 10^{-4} = 0,00095$

b. $1,543 \cdot 10^6 = 1,543000 \cdot 10^6 = 1543000$

Exercice 4

1.

a. On a :

$$\begin{aligned} 5x - 3 &= 7x - 1 && | - 7x + 3 \\ \Leftrightarrow 5x - 7x &= -1 + 3 \\ \Leftrightarrow -2x &= 2 && | \div (-2) \\ \Leftrightarrow x &= -1 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est :

$$\mathcal{S} = \{-1\}$$

b. On a :

$$\begin{aligned} 2x(4x - 7) &= -(x + 8)(-8x + 1) \\ \Leftrightarrow 8x^2 - 14x &= -(-8x^2 + x - 64x + 8) \\ \Leftrightarrow 8x^2 - 14x &= -(-8x^2 - 63x + 8) \\ \Leftrightarrow 8x^2 - 14x &= 8x^2 + 63x - 8 && | - 8x^2 - 63x \\ \Leftrightarrow -77x &= -8 && | \div (-67) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{8}{77} \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est :

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{8}{77} \right\}$$

2. Soit x la somme déposée par Ira.

Le fait que Nicolas ait déposé 7000 € de moins qu'Ira peut s'écrire en fonction de x :

$$x - 7000$$

Le fait qu'ils ont déposé à eux deux 25 000 € se traduit par l'équation suivante :

$$x + (x - 7000) = 25000$$

Pour répondre au problème, il faut résoudre cette équation :

$$\begin{aligned} x + (x - 7000) &= 25000 \\ \Leftrightarrow x + x - 7000 &= 25000 \\ \Leftrightarrow 2x - 7000 &= 25000 && | + 7000 \\ \Leftrightarrow 2x &= 32000 && | \div 2 \\ \Leftrightarrow x &= 16000 \end{aligned}$$

Ira a donc déposé 16000 € et Nicolas a déposé 9000 € (= 16000 - 7000).

Exercice 5

Il y a deux méthodes pour résoudre algébriquement un système :

- Méthode par substitution

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - y = -5 \end{cases} \quad | - 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 2 \\ x - y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 2 \\ x - (-2x + 2) = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 2 \\ x + 2x - 2 = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 2 \\ 3x - 2 = -5 \end{cases} \quad | + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 2 \\ 3x = -3 \end{cases} \quad | \div 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \cdot (-1) + 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = -1 \end{cases}$$

L'ensemble des solutions est :

$$\mathcal{S} = \{(-1; 4)\}$$

- Méthode par combinaison

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - y = -5 \end{cases} \quad | \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 2 & (1) \\ 2x - 2y = -10 & (2) \end{cases}$$

En faisant (1) - (2), on obtient :

$$\begin{aligned} (2x + y) - (2x - 2y) &= (2) - (-10) & \Leftrightarrow & 2x + y - 2x + 2y = 2 + 10 \\ & & \Leftrightarrow & 3y = 12 & | \div 3 \\ & & \Leftrightarrow & y = 4 \end{aligned}$$

Puis en remplaçant y par 4 dans la première équation, on obtient :

$$\begin{aligned} & 2x + 4 = 2 && | - 4 \\ \Leftrightarrow & 2x = -2 && | \div 2 \\ \Leftrightarrow & x = -1 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est :

$$\mathcal{S} = \{(-1 ; 4)\}$$